

## I. kolo kategorie Z9

**Z9–I–1**

Najděte všechny dvojice celých čísel  $x$  a  $y$  takových, že  $x + y$  je prvočíslo a  $3x + 5y$  je 16. (P. Bak)

**Z9–I–2**

Pravidelný čtyřboký hranol má objem  $864 \text{ cm}^3$  a obsah jeho pláště je dvojnásobkem obsahu podstavy.

Určete velikost tělesové úhlopříčky hranolu. (V. Dedek)

**Z9–I–3**

Množinu  $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$  sestávající z prvních  $n$  přirozených čísel máme za úkol rozdělit do pěti neprázdných podmnožin tak, aby čísla v každé podmnožině byla po dvou nesoudělná.

Najděte největší možné  $n$ , pro které to je možné. (T. Bárta)

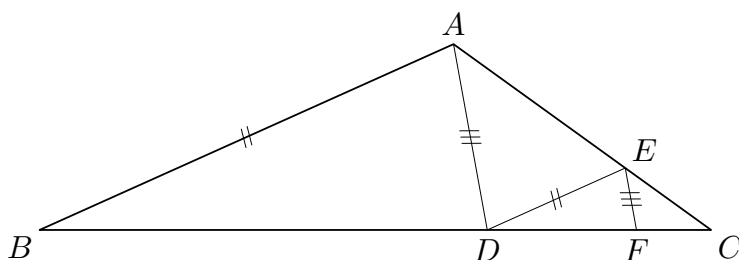
**Z9–I–4**

Rozhodněte, zda je možné k číslu s ciferným součtem 2024 přičíst jednomístné číslo tak, aby výsledné číslo mělo ciferný součet 74. (T. Bárta)

**Z9–I–5**

V trojúhelníku  $ABC$  je strana  $AB$  dvakrát delší než strana  $AC$ . Osa úhlu  $BAC$  protíná stranu  $BC$  v bodě  $D$ . Rovnoběžka se stranou  $AB$  procházející bodem  $D$  protíná stranu  $AC$  v bodě  $E$ . Rovnoběžka s úsečkou  $AD$  procházející bodem  $E$  protíná stranu  $BC$  v bodě  $F$ .

Určete poměr úseček  $AD$  a  $EF$ . (M. Dományová)



Poznámka: obrázek je pouze ilustrační.

**Z9–I–6**

Plavci Pstruh a Pulec chtěli změřit své síly. Z protilehlých stran bazénu skočili současně do sousedních drah a plavali proti sobě, každý svojí konstantní rychlostí. Poprvé se plavci minuli ve vzdálenosti osm metrů od Pstruhovy startovní strany, na konci dráhy se hbitě otočili a plavali nazpět. Podruhé se plavci minuli ve vzdálenosti pět metrů od Pulcovy startovní strany, doplávali na konec dráhy, a tím závod skončil.

Určete, kdo vyhrál a jaká byla délka bazénu. (L. Hozová)

